

面向构建者的弦理论

量子物理学中算法和复杂性的新数学视角

- 许多物理学家都希望弦理论能够实现人们期待已久的所有基本力的统一。
- 根据量子力学和相对论的描述，基本弦的振动自然包括量子引力以及类似于现实世界中的基本粒子
- 对偶性是数学物理学中的一种奇妙现象，在弦理论中体现为“规范场-弦对偶性”。
- 由伦敦玛丽女王大学Sanjaye Ramgoolam博士带领的国际研究团队开展了一个新的研究项目，通过采用简单弦理论量子模型作为工具，并结合对偶性思想，回答了数学和计算机科学界面的对称性和复杂性问题。
- 他们希望通过弦理论模型，加深从数学视角对量子物理复杂性的理解，从而为量子物理与弦理论之间的关系提供新的视角，为应对弦理论的挑战提供新的方法。

寻 求对自然界四种基本力的统一描述是理论物理学的长期目标。其中三种力（即：电磁力、弱核力和强核力）决定了我们对原子、原子核、夸克和轻子等微观世界的理解。这三种力可以用量子场论的数学语言来描述，而后者被用来制定非常成功的粒子物理学标准模型。

第四种力是引力。根据爱因斯坦广义相对论对引力的描述，引力决定了我们对行星、恒星、星系运动以及整个宇宙历史的理解。现在，通过对四种力的量子描述来统一我们对微观和宏观的理解，研究人员希望将我们的物理理论延伸到宇宙诞生的最初时刻、以及黑洞演化的最后阶段。

弦理论和力的统一

目前，弦理论是最有望实现所有力统一的方法之一。这个非常有趣的理论物理学分支表明，标准模型中包含的基本粒子并非真正的粒子，而是由一维弦的振动所产生。值得注意的是，这些振动自然包括引力子——爱因斯坦广义相对论中由引力场产生的量子粒子。

弦理论的已知解为包括引力的宇宙，以及与标准模型中的粒子非常相似的粒子。然而，弦理论最简单的解具有十维时空，远超我们宇宙的四维时空。如要将范围缩小到四维宇宙，就需要在广阔且复杂的可能性图景中探索，而这个过程的规则尚不为人所知。

对于当今的理论物理学家来说，他们所面临的挑战是如何理解这些规则并驾驭其中的复杂性，然后才能解释现实世界中粒子物理学和量子引力的本质。

目前，弦理论可能是最有望实现所有力统一的方法之一。

规范场-弦对偶性与数学模型宇宙

尽管存在这些挑战，弦理论中可能的宇宙图景也为量子引力提供了一些意想不到的见解。例如，20世纪90年代初的一项研究发现，弦理论中的某些数学模型宇宙与普通量子理论表现出惊人的“对偶性”，且没有明确的弦或引力[10]。这种对偶性被称为“规范场-弦”对偶性。

在这种情况下，对偶性指的是不同物理数学模型之间所具有的显著相似性，且往往是确切但不明显的等价性。这种现象在数学物理学中有很多已知的例子：例如，在某些四维量子场论中，有一种称为S对偶性的等价关系，它可以交换电粒子和磁粒子[7]。1997年，Juan Maldacena发现了一种名为“AdS/CFT 对应”（反德西特/共形场论对偶）的现象。在这种现象中，弦理论的复杂模型，包括那些描述十维宇宙的模式，都呈现出了“规范场-弦”对偶性的新范例[8]。在使用这种对偶性进行描述时，这些十维弦宇宙等同于四维量子场论

过去25年来，规范场-弦对偶性一直是弦理论研究的核心课题。在此期间，人们在理解对偶性的数学机制及其新的物理应用（如重离子碰撞）方面取得了重大进展。

将弦理论作为研究算法和复杂性数学的工具

在最近发表的一系列论文中，伦敦玛丽女王大学的Sanjaye Ramgoolam博士和一个国际合作团队启动了一个研究项目，重新审视弦理论和对偶性的简单数学模型[1-6]，以期拓展这些模型在弦理论之外的应用。他们的方法是将这些模型作为工具，研究数学和计算机科学交叉领域出现的复杂性和算法问题。

他们尤其专注于被称为“有限群”的数学对象的算法。有限群是符合某些组合规则的对象集合，可用于描述物理系统的对称性。Ramgoolam博士之前的研究表明，有限群有助于理解AdS/CFT对应的数学机制[9]。

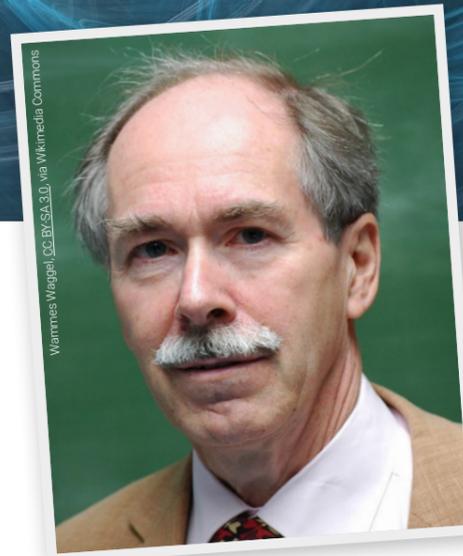
四种基本力的数学统一将开启对物理学新领域的理解。

Ramgoolam博士和 Ben Geloun博士在他们的论文中建立了量子态呈带状图叠加的量子力学模型。

弦理论中的一个关键数学思想是：通过研究量子场论在各种二维曲面上的表现，可以获得有价值的物理见解。在连续三篇系列论文[3-5]中，研究人员将这个想法应用于所有有限群的基本特征标——一个被称为群“特征标表”的数学数据网格。

在有限群的特征标表中，有些整数量很容易识别，而另一些则有些隐蔽。通过其研究，研究团队认识到，这些特征反映了某一类弦理论中可测量的特性，而这类弦理论是通过结合在不同形状表面上表述的物理系统（称为“晶格拓扑量子场论”）的信息而定义的。他们由此发现了一种新的对偶性，即特征标表的“行列对偶性”。这种对偶性将沿特征标表行求和得到的整数与沿特征标表列求和得到的整数联系起来。

弦理论中另一个关键的数学组成部分（特别是在规范场-弦对偶性中）是嵌入在二维表面上的图（点和线的集合）的概念。这些嵌入图形称为“带状图”。20世纪70年代，著名诺贝尔物理学奖得主Gerard 't Hooft首次认识到，这些嵌入图形是理解量子场论的关键，尤其是在包含大量粒子的极限情况下[1]。



Gerard 't Hooft, 荷兰物理学家、诺贝尔奖获得者。

量子场论中的这种大粒子极限正体现了AdS/CFT对应关系。Ramgoolam博士和Ben Geloun博士在他们的论文中提出了量子态是带状图组合的量子力学模型[1,2,6]。在此框架下，他们发现了计算群论量的新算法，被称为“克朗内克系数”，在复杂性理论中具有特殊意义。

基于带状图以及其他此类组合结构的量子力学模型，使人们能够制定与有限群相关的新量子算法[2]。这些算法的复杂性可以使用量子计算技术计算。此外，由于AdS/CFT对应关系，其中部分算法具有研究人员以前未曾预料到的经典对应关系。这为探索AdS/CFT与复杂性理论之间的界面开辟了新途径。

从复杂性和算法到弦理论的挑战

最终，Ramgoolam团队希望，通过利用弦理论模型对量子力学的复杂性进行更深入的数学理解，他们的方法将为量子力学和弦理论之间的关系提供全新的视角。反过来，这可能开启新的思维方式，以应对理论物理中复杂的弦理论图景所带来的挑战。

个人回应

您研究模型宇宙的个人动机是什么？

任何利用数学模型研究物理现实的方法，都需要将模型的重点放在有意义的特征上。这些特征有望在数学与所建模的事物之间产生富有成效的互动。弦理论的长期任务非常宏大——统一量子物理学和引力，同时形成针对粒子物理学的良好描述。当我们试图理解弦理论的新特征（如规范场-弦对偶性）时，尽可能简化弦理论模型很有意义。鉴于弦理论与数学之间的深刻联系，我觉得有必要探讨弦理论中的对偶性在多大程度上反映数学中的对偶性，以及这些对数学的见解在多大程度上扩展到对量子物理学的新算法及其复杂性的深入理解。事实证明，简单模型宇宙是这一探索的良好开端。

在过去几十年里，弦理论的主要目标发生了哪些变化？

弦理论的主要长期目标仍然是统一量子物理学、引力和粒子物理学。一路走来，我们在过去几十年中发现了一些惊喜，如规范场-弦

对偶性和AdS/CFT对应关系。我个人目前的工作重点是更深入地理解规范场-弦对偶性的数学特征，并揭示这些特征在量子物理学算法和复杂性方面的应用。

迄今为止，研究项目最重要的成果是什么？

我们发现，使用量子态空间定义的量子力学系统也具有代数的数学结构，是有趣的量子算法的一个非常丰富的来源。弦理论激发人们在这些代数量子算法的基础上研究新的复杂性问题。其中一个量子力学系统建立在曲面和嵌入曲面的图形的数学基础上，带来了新的算法，实现了数学中的经典研究对象——克朗内克系数（Kronecker coefficients）。基于同一任务在规范场-弦对偶性的两侧具有不同的实现方式这一事实，规范场-弦对偶性指出了量子算法和经典算法之间的新颖比较。特征标表的行列对偶性可以用二维组合弦理论来表述，这是另一个重要亮点，且具有进一步发展的巨大潜力。

详细信息



电子邮箱: s.ramgoolam@qmul.ac.uk

资金筹措

英国科学技术设施委员会 (STFC) 综合资助ST/P000754/1“弦理论、规范理论和弦对偶性”和ST/T000686/1“振幅、弦和对偶性”；都柏林高等研究院客座教授 (2024年) 和苏州大学高等研究院客座教授 (2024年)；英国皇家学会国际交流基金IES/R2/222073。

合作者

- Joseph Ben Geloun (巴黎北部计算机科学实验室, LIPN, 巴黎)
- Garreth Kemp (南非约翰内斯堡大学)
- Robert de Mello Koch (中国湖州师范学院)
- Yang-Hui He (英国伦敦数学科学研究所)
- Adrian Padellaro (德国比勒费尔德大学)
- Rajath Radhakrishnan (阿卜杜勒-萨拉姆国际理论物理中心, ICTP, 意大利里雅斯特)
- Eric Sharpe (美国弗吉尼亚理工大学)

人物简介

Sanjaye Ramgoolam博士在耶鲁大学完成理论物理学博士学位。他曾在普林斯顿大学和布朗大

学担任博士后。他是伦敦大学玛丽女王学院的讲师，目前是都柏林高等研究院和苏州大学高等研究院的访问教授。

延伸阅读

- [1] Ben Geloun, J, Ramgoolam, S, (2023) Kronecker coefficients from algebras of bipartite ribbon graphs (《二分带状图代数的克朗内克系数》)。Eur Phys J Spec Top, 232, 3637-3643.
- [2] Ben Geloun, J, Ramgoolam, S, (2023) The quantum detection of projectors in finite-dimensional algebras and holography (《有限维代数与全息中的投影量子探测》)。Journal of High Energy Physics, 191.
- [3] Padellaro, A, Radhakrishnan, R, Ramgoolam, S, (2024) Row-column duality and combinatorial topological strings (《行列对偶性与组合拓扑弦》)。J Phys A, 57(6), 065202.
- [4] Ramgoolam, S, Sharpe, E, (2022) Combinatoric topological string theories and group theory algorithms (《组合拓扑弦理论与群论算法》)。Journal of High Energy Physics, 147.
- [5] de Mello Koch, R, He, YH, Kemp, G, Ramgoolam, S, (2022) Integrality, duality and finiteness in combinatoric topological strings (《组合拓扑弦中的整体性、对偶性和有限性》)。Journal of High Energy Physics, 71.
- [6] Ben Geloun, J, Ramgoolam, S, (2020) Quantum mechanics of bipartite ribbon

graphs: Integrality, Lattices and Kronecker coefficients (《二分带状图的量子力学：积分、网格和克朗内克系数》)。Algebraic Combinatorics, 6(2), 547-594.

[7] Montonen, C, Olive, D, (1977) Magnetic monopoles as gauge particles? (《磁单极子作为规范粒子?》) Physics Letters B, 72(1), 117-120.

[8] Maldacena, J, (1999) The large-N limit of superconformal field theories and supergravity (《超共形场论和超引力的大 N 极限》)。International Journal of Theoretical Physics, 38(4), 1113-1133.

[9] Corley, S, Jevicki, A, Ramgoolam, S, (2002) Exact correlators of giant gravitons from dual N=4 SYM theory (《来自双 N=4 SYM 理论的巨引力子精确相关子》)。Adv Theor Math Phys, 5(4), 809-839.

[10] Gross, DJ, Taylor Jr, W, (1993) Twists and Wilson loops in the string theory of two-dimensional QCD (《二维QCD弦理论中的扭曲与威尔逊环》)。Nuclear Physics B, 403(1-2), 395-452.

[11] Hooft, G't, (1974) A planar diagram theory for strong interactions (《强相互作用的平面图理论》)。Nuclear Physics B, 72(3), 461-473.

